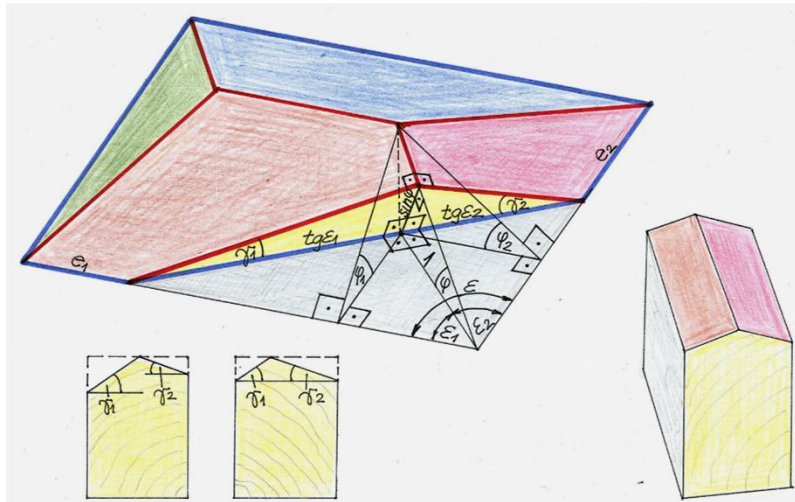


Az élszarufa ötszögletű keresztmetszete méreteinek geometriai meghatározásáról

Egy korábbi dolgozatunkban – melynek címe:

Az ötszög keresztmetszetű élszarufa keresztmetszetének kialakításáról – már sok mindent elmondtunk e témában. Ebben megmutattuk, hogy a ferde élben metsződő tetősíkokhoz simuló élszarufa keresztmetszete ötszögletű – 1. ábra.

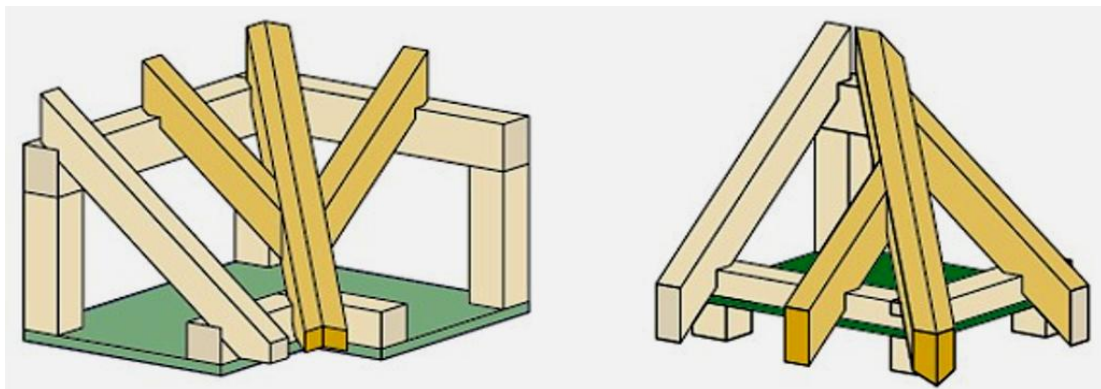


1. ábra

Az azóta eltelt közel 7 év alatt több minden történt.

A számunkra hozzáférhető külföldi szakirodalom tanulmányozása során megfogalmazódott bennünk, hogy nem elég az interneten látható szép demo - programokkal készített ábrákat nézegetni, hanem valamivel többet is lehetne mondani róluk. Most egy ilyen újabb felderítő útra vállalkozunk.

Ennek egyik közvetlen előzménye / keletkezési körülménye az [1] munkában látott, levezetés nélkül közölt képletek és grafikonok tanulmányozásával kapcsolatos óhaj: ezt nekünk is meg kellene csinálnunk. Most erről lesz szó.



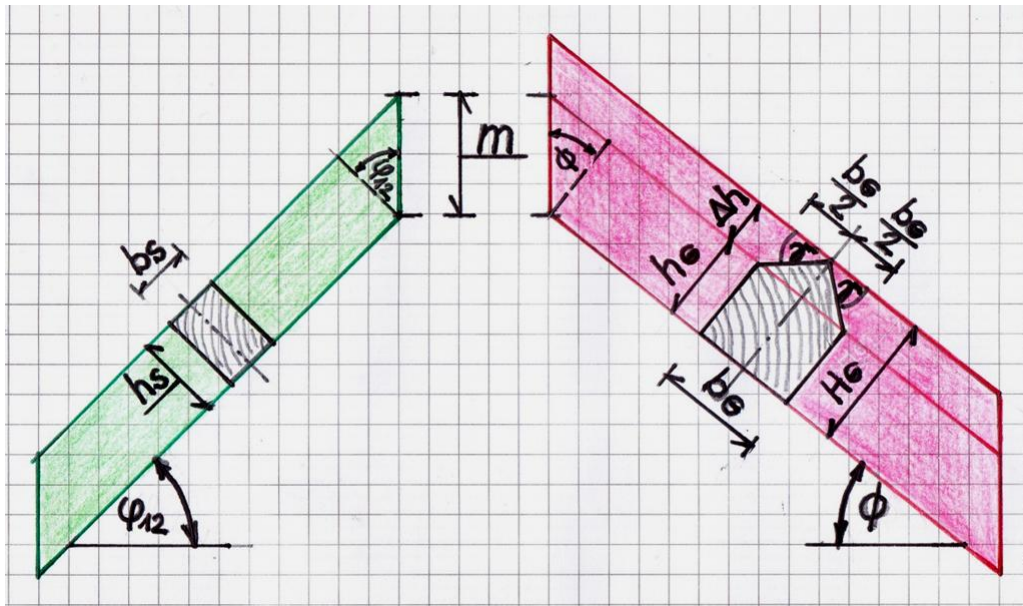
2. ábra – forrása: [2]

A 2. ábra azt szemlélteti, hogyan simulnak a csonkaszarufák a vápa - és az élszarufához. Azt látjuk, hogy a csonkaszarufa és az élszarufa függőleges oldalsíkjai egy - egy függőleges egyenesben metsződnek, melynek egy m magasságú szakasza látható.

A következőkben azt az egyszerűbb, pl.: kontytető - esetet vizsgáljuk, amikor
 ~ a tető téglalap alaprajzú / ereszkörvonal - rajzú: $\varepsilon = 90^\circ$;
 ~ a tetősíkok egyező hajlásúak: $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{12}$.

Itt az 1. ábrán is feltüntetett jelöléseket alkalmaztuk.

Először kiszámítjuk m értékét – 3. ábra.



3. ábra

Itt egy él - és egy csonkaszarufa - szakaszt ábrázoltunk, azok oldallapjára merőlegesen nézve. Itt már figyelembe vettük, hogy $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{12} \rightarrow \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$. A 2. ábra szerint:

$$m = \frac{h_s}{\cos \varphi_{12}} = \frac{h_g}{\cos \phi}; \quad (!)$$

innen:

$$h_g = h_s \cdot \frac{\cos \phi}{\cos \varphi_{12}}. \quad (1)$$

Az alkalmazott indexekre:

~ **S**: Schifter $\rightarrow$ csonkaszarufa,

~ **G**: Gratsparren $\rightarrow$ élszarufa.

Korábbi dolgozatunkból az élszarufa hajlásszögének tangensére:

$$\operatorname{tg} \phi = \sin \varepsilon_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = \sin \varepsilon_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 ; \quad (2)$$

közeplési szabályként is tudjuk, hogy ha

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{12} \rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{2} ; \quad (3)$$

most (2) és (3) - mal:

$$\operatorname{tg} \phi = \sin \frac{\varepsilon}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{12} \rightarrow \phi = \operatorname{arctg} \left(\sin \frac{\varepsilon}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{12} \right) . \quad (4)$$

Majd (1) és (4) szerint:

$$h_G = h_S \cdot \frac{\cos[\operatorname{arctg}(\sin \frac{\varepsilon}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{12})]}{\cos \varphi_{12}} . \quad (5)$$

Ezt rövidebb alakban:

$$h_G = f_1 \cdot h_S , \quad (6 / 1)$$

ahol

$$f_1 = \frac{\cos[\operatorname{arctg}(\sin \frac{\varepsilon}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{12})]}{\cos \varphi_{12}} . \quad (6 / 2)$$

Most alkalmazzuk, hogy a választott esetben:

$$\frac{\varepsilon}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ , \sin \frac{\varepsilon}{2} = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} , \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1 , \quad (*)$$

így (6 / 2) és (*) szerint:

$$\boxed{f_1^* = \frac{\cos[\operatorname{arctg}(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}})]}{\cos \varphi_{12}}} . \quad (6 / 3)$$

Az élszarufa teljes magasságára, a 2. ábra szerint:

$$H_G = h_G + \Delta h ; \quad (7)$$

ámde:

$$\Delta h = \frac{b_G}{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma , \quad (8)$$

így (7) és (8) - cal:

$$H_G = h_G + \frac{b_G}{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma . \quad (9)$$

Szintén korábbi dolgozatunkból (ld. 1. ábra !), (3) - mal is:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}, \quad (10)$$

így (4), (5), (9) és (10) - zel:

$$H_G = h_S \cdot \frac{\cos \left[\operatorname{arctg} \left(\sin \frac{\varepsilon}{2} \operatorname{tg} \varphi_{12} \right) \right]}{\cos \varphi_{12}} + \frac{b_G}{2} \cdot \frac{\sin \left[\operatorname{arctg} \left(\sin \frac{\varepsilon}{2} \operatorname{tg} \varphi_{12} \right) \right]}{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}. \quad (11)$$

Most alkalmazzuk, hogy a választott esetben:

$$\frac{\varepsilon}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ, \quad \sin \frac{\varepsilon}{2} = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1, \quad (*)$$

így (11) és (*) szerint:

$$H_G = h_S \cdot \frac{\cos \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}} \right) \right]}{\cos \varphi_{12}} + b_G \cdot \frac{\sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}} \right) \right]}{2}. \quad (12)$$

Ezt rövidebb alakban, (6 / 3) - mal is:

$$H_G = f_1^* \cdot h_S + f_2^* \cdot b_G, \quad (12 / 1)$$

ahol:

$$\boxed{f_2^* = \frac{1}{2} \cdot \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}} \right) \right]}. \quad (12 / 2)$$

Még egy másik képlet - alakot is megmutatunk. (9) - ből:

$$H_G = h_G + \frac{b_G}{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = h_G \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{b_G}{h_G} \cdot \operatorname{tg} \gamma \right), \quad (13)$$

majd (4), (10), (*) és (13) - mal:

$$H_G = h_G \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{b_G}{h_G} \cdot \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}} \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

Most bevezetve a dimenziótlan

$$0 < \lambda = \frac{b_G}{h_G} < 1 \quad (15)$$

oldalviszony számot, (14) és (15) - tel kapjuk, hogy

$$H_G = h_G \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}} \right) \right] \right\}. \quad (16)$$

Ezután (5) és (16) - tal kapjuk, hogy

$$H_G = h_S \cdot \frac{\cos\left[\arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}}\right)\right]}{\cos \varphi_{12}} \cdot \left\{1 + \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \sin\left[\arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}}\right)\right]\right\}. \quad (17)$$

Ezt átírva:

$$H_G = f_3^* \cdot h_S, \quad (17 / 1)$$

ahol:

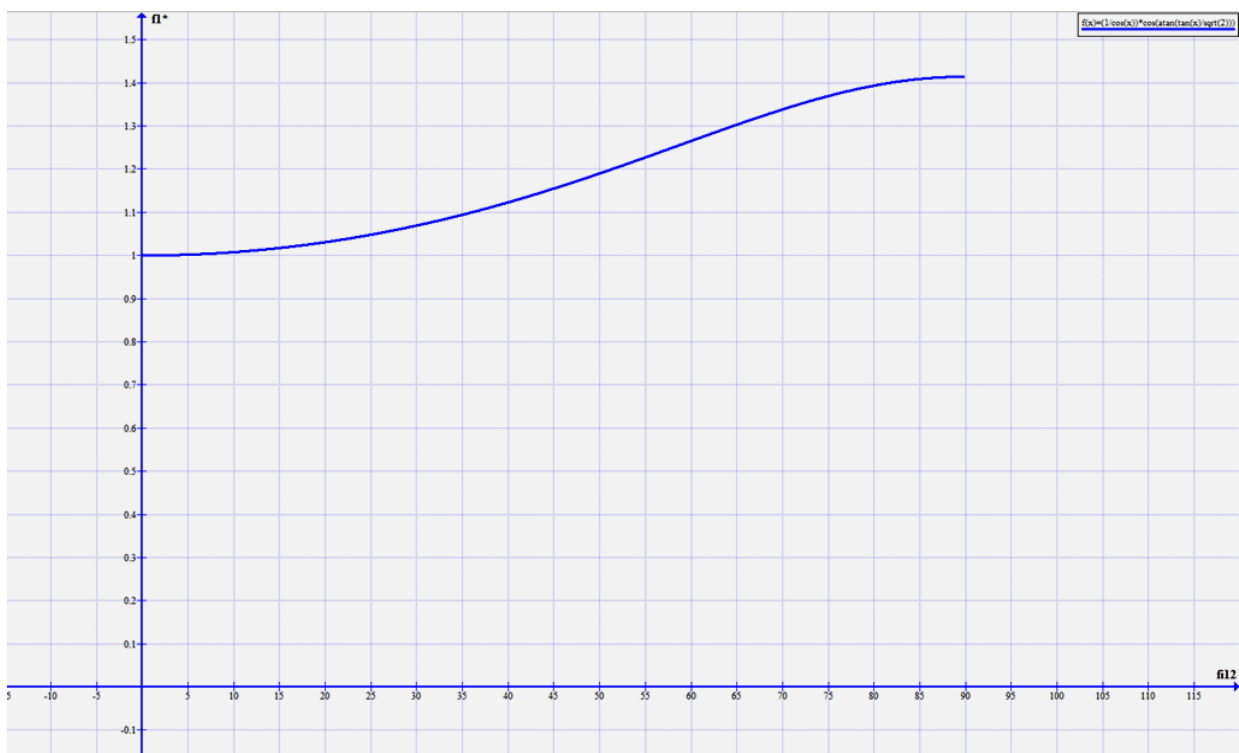
$$f_3^* = \frac{\cos\left[\arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}}\right)\right]}{\cos \varphi_{12}} \cdot \left\{1 + \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \sin\left[\arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{\sqrt{2}}\right)\right]\right\}. \quad (17 / 2)$$

Megjegyezzük, hogy

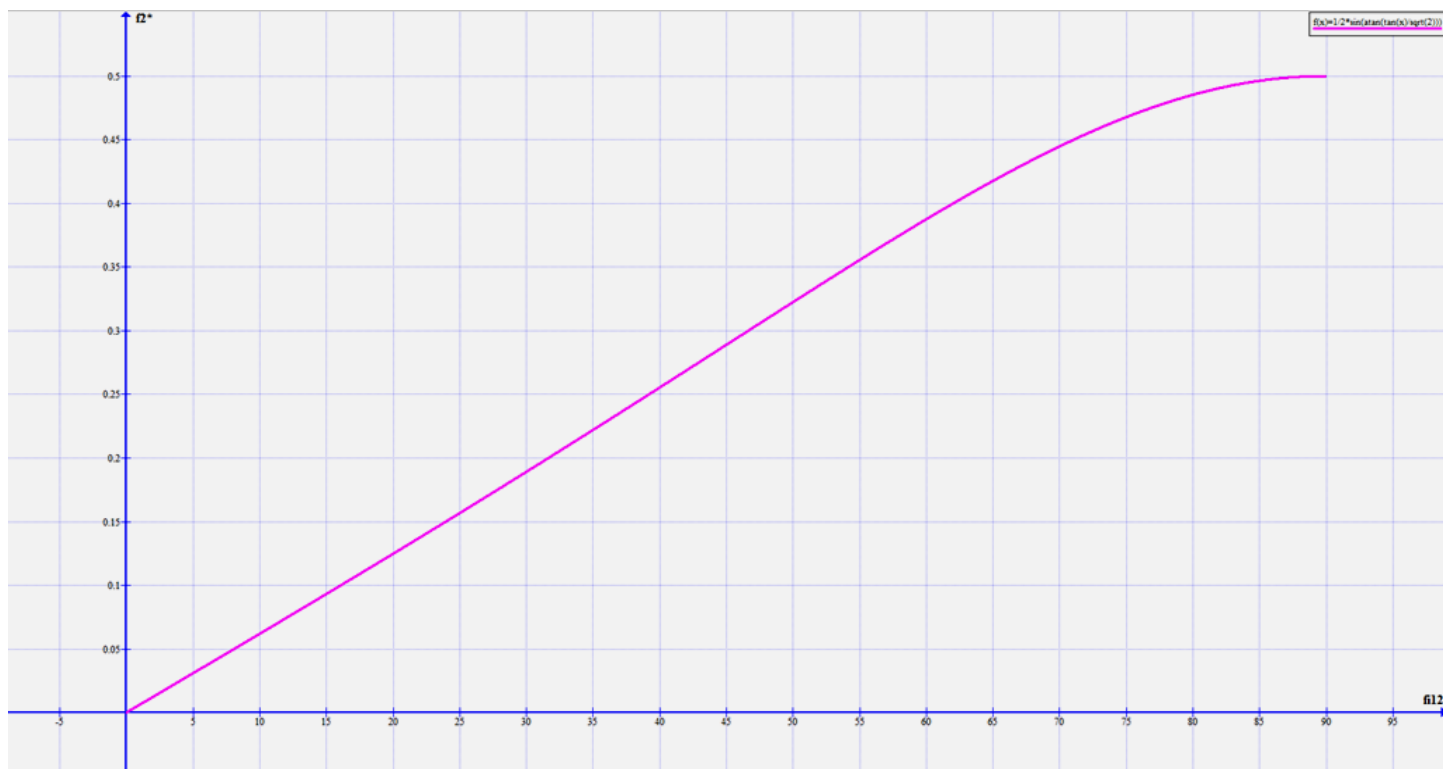
~ a csonkaszarufák h_S mérete megegyezik a normálszarufák keresztmetszetének h_N magassági méretével: $h_S = h_N$;

~ a λ oldalviszony értékét például szilárdsági számítás szolgáltathatja.

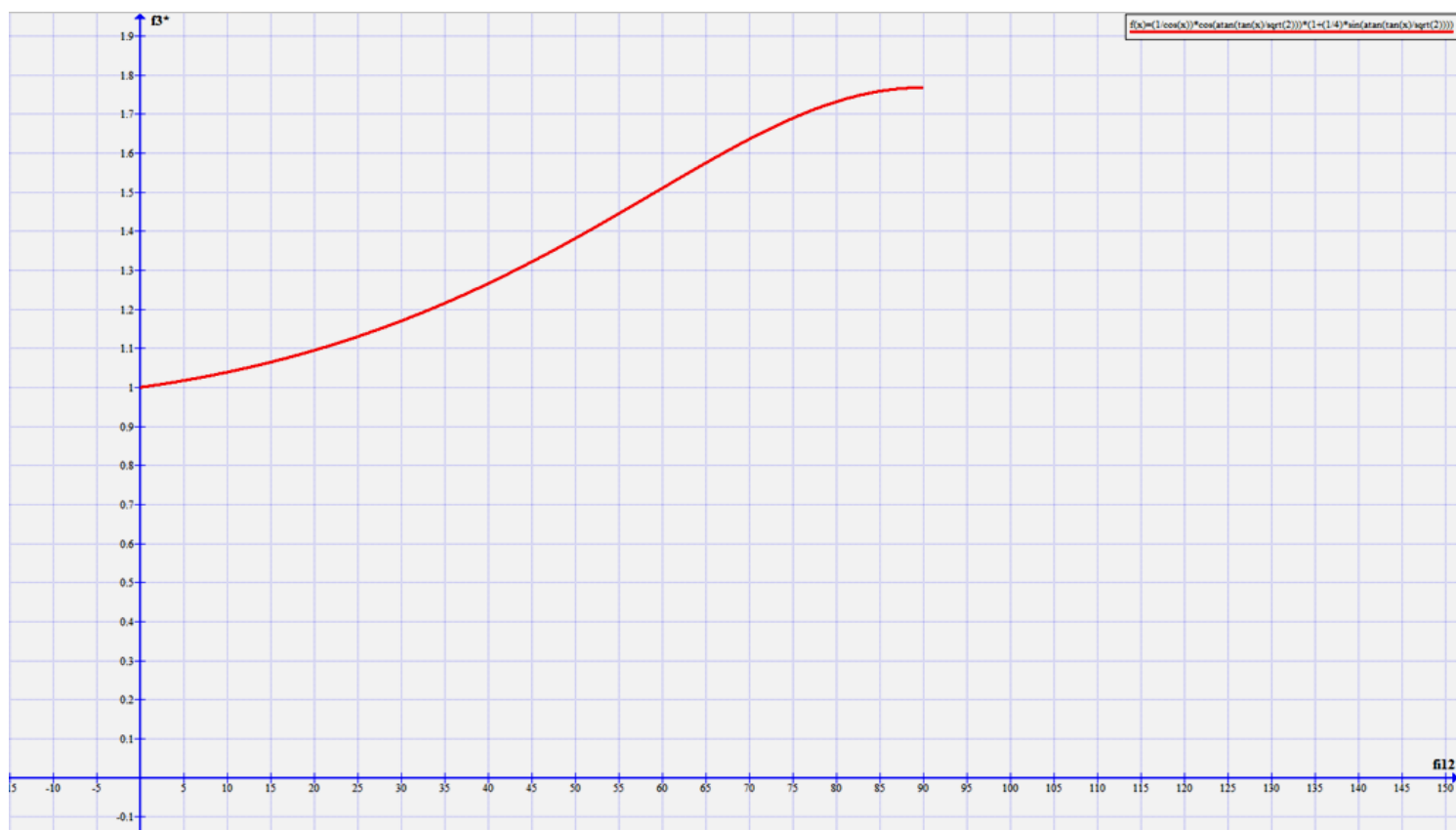
Most elkészítjük az f_i^* ($i = 1, 2, 3$) függvények grafikonját, az utolsót $\lambda = 1/2$ esetre – ld. a 4., 5., 6. ábrákat!



4. ábra



5. ábra



6. ábra

Utóbbi három ábránkat összehasonlítva az [1] - béli megfelelőivel azt mondhatjuk, hogy az első kettő jól egyezik azokkal. A harmadikat nem ábrázolták teljesen, így arról kevesebbet tudunk. Ennél az egyezés nem olyan jó, mint az előző kettőnél. Az [1] könyvben közölt grafikonok valószínűleg jóval kevésbé pontosak, mint az általunk készítették. Azért is van itt némi bizonytalanság, mert a grafikonokat leíró függvényeket [1] - ben nem közölték. Ennek ellenére úgy tűnik, hogy rátaláltunk [1] számítási gondolatmenetére, és ez a lényeg.

A 6. ábra szerint pl.: $\varphi_{12} = 42^\circ$ esetén $H_G = 1,2875 h_s \approx 1,29 h_s = 1,29 h_N$.

A fenti *geometriai* vizsgálat szerint az adott esetben az élszarufák keresztmetszetének magassági mérete akár **30 %** - kal is nagyobbra veendő, mint a normál - szarufáké.

Ez a hazai gyakorlatban gyakran nem így alakul; ugyanis sokszor az élszarufákat is ugyanakkora keresztmetszettel készítik, mint a normálszarufákat.

Erről korábban ezt írta egy a témához e - mailben hozzászóló szakember:

Jelenleg az a gyakorlat, hogy mind az él-, mind a vápaszaru ugyanolyan méretű és keresztmetszetű, mint a szarufák. Az ácsok többsége nem dolgozik ezeken a szerkezeti elemeken a szükségesnél többet, illetve nem növeli a költségvetést a nagyobb keresztmetszetű anyag általában feláras megvásároltatásával. Az élszarufa azonban akár hatszögletű is lehet. A sokszögletűsítésre általában az igényesebb megrendelő és a gyalult látszó szerkezet kényszerítheti rá a kivitelezőt.

Köszönjük!

További megjegyzések:

M1. A 3. ábra keletkezését úgy képzelhetjük el, hogy a csonka - és az élszarufa lapjait egymástól kicsit széthúztuk, majd azokat az **m** magasságú érintkezési szakaszt tartalmazó függőleges tengely körül egy közös függőleges síkba forgattuk és vetületileg ábrázoltuk.

M2. Az a követelmény, hogy a csonka - és az élszarufák **m** érintkezési magassága (!) szerinti legyen, ahogyan az a 3. ábrán is fel lett tüntetve, nem csak esztétikai, hanem *erőtani* szempontból is fontos lehet: a rudak egymásra támaszkodását minél nagyobb felületen célszerű megvalósítani. Ehhez azonban pontos megmunkálás szükséges.

M3. A szarufák keresztmetszeti méreteit *erőtani* alapon kell(ene) meghatározni, majd ezután elvégezni az *esztétikai* szempontokra is figyelő szépművészeti beavatkozásokat. Utóbbiak a látszó szerkezeteknél valóban fontosak lehetnek.

M4. Ebben a dolgozatunkban erőtani kérdésekről érdemben nem esett szó; ezekre talán majd később kerülhet sor. Ahogyan az eltérő tetőhajlások és a nem derékszögű eresz - sarkok eseteire is.

M5. Elégge meglepő az a tény, hogy az általunk fellelt német szakirodalomban e kérdést nem fejtik ki részletesen. Az egy dolog, hogy náluk a szakkönyvek és szakfolyóiratok évtizedek alatt sok mindent feldolgozva közzétettek, vagyis ezek akár ismert dolgok is lehetnek; az [1] mű meglehetősen rossz ár / érték aránya az, ami kiveri a biztosítékot nálunk. Ugyanis sokba került, de alig mond érdemben valamit.

M6. Végül megemlítjük, hogy a széles körben ismert [3] munkában is csak igen kevés információra leltünk témánkban. Eszerint az élszarufa és a normálszarufa keresztmetszeti méretei közti összefüggés – szintén a német szakirodalomra hivatkozva – :

$$b_G = b_N + 20 \text{ mm} , \quad h_G = (1,5 \dots 1,6) \cdot h_N . \quad (\$)$$

Itt h_G – feltehetőleg – a fentebb H_G - vel jelölt teljes élszarufa keresztmetszeti magassági méretnek felel meg. Eszerint az élszarufa lényegesen erősebb lehet, mint a normálszarufa.

Források:

[1] – **Hagen Prehl:** Hölzerne Dachkonstruktionen

Berechnung, Konstruktion, Tafeln, Beispiele

2. Auflage, Werner Verlag, Düsseldorf, 2001., 58. o, 113. o.

[2] – <https://www.medienservice-holz.de/dachdeckung-dachausbau/schiften-nach-der-flaechenmethode.html>

[3] – **Gerhard Werner ~ Karlheinz Zimmer ~ Karin Lissner:** Holzbau 2

Dach - und Hallentragwerke nach DIN 1052 (neu 2004) und Eurocode 5

3., überarbeitete Auflage, Springer - Verlag Berlin Heidelberg 2005, 166. o.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnöktanár

Sződliget, 2017. 03. 16.